

MODELISATION DE LA PRECISION DES MODELES NUMERIQUES DE TERRAIN DERIVES DES CARTES TOPOGRAPHIQUES

D. Tahiri et J-P. Donnay
Laboratoire SURFACES
Université de Liège, 7 place du XX août (BA1-12)
B 4000 Liège Belgique

Résumé

Cet article présente une méthode simple et pratique basée sur un modèle de propagation des erreurs permettant d'estimer convenablement la précision des courbes de niveau numérisées à partir des cartes topographiques. L'évaluation de ce modèle a été réalisée à l'aide de résultats expérimentaux obtenus pour des feuilles de la carte de base 1/25 000 de Belgique (équidistance: 2,5 m), validées à l'aide de données issues de la restitution numérique de photographies aériennes (1/6 000), et des feuilles de la carte de base 1/50 000 du Maroc (équidistance: 10 m), validées sur base de feuilles de la nouvelle carte de base 1/25 000 du Maroc (équidistance: 5 m). Cette évaluation montre que le modèle proposé peut fournir des prédictions raisonnables.

1 Introduction

Les cartes topographiques constituent la source la plus disponible des Modèles Numériques de Terrain (ou MNT) [1, 2]. L'évaluation de la précision revêt un aspect critique pour les producteurs et les utilisateurs des MNT [2, 3]. La précision d'un MNT peut être établie expérimentalement sur base d'un semis de points de contrôle, ou prédite en faisant appel à un modèle mathématique adéquat. La disponibilité d'un tel modèle permet une production efficace et économique des MNT [4]. Plusieurs modèles mathématiques ont été développés concernant les MNT produits par photogrammétrie [4, 5, 6, 7, 8, 9]. L'adaptation de ces modèles aux MNT dérivés des cartes topographiques pose un problème principal qui est celui de l'estimation de la précision des données source, c'est-à-dire, celle des courbes de niveau numérisées. En effet, dans de nombreux pays, les spécifications de la précision cartographique, et en particulier celles relatives à l'altimétrie, sont très peu renseignées, voire même inexistantes dans certains cas [10]. Aux USA, par exemple, ces spécifications sont exprimées suivant la célèbre règle de 90%: pas plus de 10% des points contrôlés ne peuvent avoir une erreur de plus de la moitié de l'équidistance des courbes de niveau [11]. Cette formule présente des désavantages majeurs puisqu'elle ignore l'influence de la pente et les valeurs importantes de l'erreur dépassant la demi-équidistance. Les spécifications européennes sont généralement basées sur une formule plus concise connue sous le nom de formule de Köppé [11]. Cependant, dans le cas des courbes de niveau numérisées, ces spécifications sont limitées puisqu'elles ne tiennent pas compte des erreurs supplémentaires, notamment celles introduites par l'instabilité du support et le processus de numérisation.

Le présent article propose une méthode simple et pratique basée sur un modèle de propagation des erreurs permettant d'estimer convenablement la précision des courbes de niveau numérisées à partir des cartes topographiques. Une évaluation du modèle est réalisée à l'aide de résultats expérimentaux obtenus pour les cartes topographiques de base de Belgique et du Maroc.

2 Modélisation des erreurs entachant les courbes de niveau numérisées

2.1 Erreur altimétrique absolue

L'erreur altimétrique absolue, appelée aussi erreur altimétrique constante [10], est l'erreur altimétrique maximale tolérée caractérisant les levés photogrammétriques réguliers. Selon les

spécifications de l'ASPRS (American Society for Photogrammetry and Remote Sensing), la valeur de cette erreur, soit h_1 , est définie en fonction de l'équidistance (c) comme suit [12]:

$$h_1 = c / 3$$

2.2 Effet vertical dû aux opérations cartographiques

A l'erreur altimétrique absolue, s'ajoute l'effet vertical de l'erreur planimétrique (ou erreur graphique) introduite lors de la réalisation de la carte. L'erreur graphique est généralement fixée à 0,2 mm à l'échelle de la carte [11]. Son effet vertical (h_2) est proportionnel à la pente et peut être exprimé par la formule suivante où e_g désigne l'erreur graphique et α , la pente du terrain:

$$h_2 = e_g \tan(\alpha)$$

2.3 Effet vertical dû à l'instabilité du support et au processus de numérisation

A côté des altérations dimensionnelles du support (papier), dues aux variations relatives de la température et de l'humidité, qui peuvent atteindre une magnitude de 0,75% [13], d'autres erreurs peuvent surgir durant le processus de numérisation. Dans le cas d'une numérisation manuelle, ces erreurs ont des sources multiples: l'opérateur, les instruments utilisés, les interactions opérateur/instrument, les transformations entre systèmes de coordonnées, etc. Concernant les magnitudes de ces erreurs, les ordres de grandeur proposés dans la littérature sont très variables [11, 13, 14, 15, 16, 17] et ne sont d'application que dans le cas où les conditions de réalisation sont identiques: les conditions hygrométriques d'archivage des documents cartographiques, les caractéristiques de la table de numérisation utilisée, l'habileté et l'expérience de l'opérateur, etc. Etant donné que ces conditions varient d'un cas à l'autre, il serait préférable de considérer une évaluation adaptée à chaque cas. Nous présentons ci-après une procédure pratique pour une telle évaluation.

Le quadrillage rectangulaire est présent sur la majorité des cartes topographiques, soit intégralement, soit par ses amorces et intersections (croisillons). Il est réalisé avec le maximum de soin généralement à l'aide de coordinatographes de très haute précision de l'ordre de $\pm 0,01$ à $\pm 0,03$ mm [11]. Considérons la numérisation d'un réseau de croisillons bien répartis sur la carte, formant par exemple des carrés de 10×10 cm. Une erreur quadratique moyenne sur la position de ces points, soit e_p , peut être calculée en comparant les coordonnées théoriques (généralement inscrites sur la carte) et celles obtenues par numérisation. Ainsi, e_p représente l'erreur planimétrique résultant des erreurs partielles suivantes:

- erreur e_1 : représente les erreurs introduites par le dessin, la rédaction et l'impression cartographique;
- erreur e_2 : représente les erreurs causées par l'instabilité du support;
- erreur e_3 : représente les différentes erreurs introduites par le processus de numérisation.

Si e_1 , e_2 et e_3 sont des erreurs quadratiques moyennes, e_p peut être lié à ces erreurs partielles par la loi de la propagation des erreurs comme suit: $e_p^2 = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2$. Ainsi, l'erreur quadratique moyenne correspondant à la numérisation et à l'instabilité du support, soit e_{12} , peut être déduite comme suit:

$$\begin{aligned} e_{12}^2 &= e_2^2 + e_3^2 \\ &= e_p^2 - e_1^2 \end{aligned}$$

Sachant que les croisillons sont dessinés sur la carte avec une très haute précision ($e_1^2 \ll e_2^2 + e_3^2$), et qu'ils sont relativement mieux définis que des points numérisés sur des courbes de niveau, alors: $e_{12} \approx e_p$. L'effet vertical (h_3) correspondant au déplacement planimétrique introduit par cette erreur est donné par:

$$h_3 = e_{12} \tan(\alpha)$$

3 Elaboration d'un modèle de propagation des erreurs

L'erreur altimétrique globale entachant les courbes de niveau numérisées est la résultante des erreurs partielles h_1 , h_2 et h_3 . Si ces erreurs sont exprimées en termes d'erreur quadratique moyenne, l'erreur quadratique moyenne globale (m_H) caractérisant les courbes de niveau numérisées peut être liée à ces erreurs partielles par la loi de la propagation des erreurs, soit:

$$\begin{aligned} m_H^2 &= h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 \\ &= (c^2/9) + c_e^2 \tan^2(\alpha) + c_m^2 \tan^2(\alpha) \end{aligned}$$

Généralement, pour la représentation du relief dont la pente dépasse 45° d'autres procédés que les courbes de niveau sont utilisés [18]. La valeur de $\tan(\alpha)$ est donc inférieure ou égale à 1. Tenant compte de ces considérations, la formule suivante offre une bonne approximation du modèle présenté ci-dessus et elle présente l'avantage d'être analogue à la formule de Koppé plus familière aux cartographes:

$$m_H = (c_e + c_m) \tan(\alpha) + c/3$$

4 Tests expérimentaux

4.1 Données de test

Les documents cartographiques utilisés dans cette étude se répartissent en deux groupes. Le premier est constitué de 3 feuilles de la carte de base 1/25 000 de Belgique. Ces feuilles sont toutes caractérisées par une équidistance de 2,5 m et sont désignées par les codes cartographiques suivants: 40/5-6, 40/1-2, 45/7-8. Les données de référence utilisées pour l'évaluation de ces feuilles sont issues de la restitution numérique de photographies aériennes dont l'échelle est supérieure à 1/6 000 [19]. La précision de ces données est de l'ordre de 15 cm [19]. Le deuxième groupe est constitué de 4 feuilles de la carte de base 1/50 000 du Maroc. Ces feuilles sont toutes caractérisées par une équidistance de 10 m et désignées par les codes cartographiques suivants: NI29X2b, NI29XI1b, NI29XI2c, NI30XIV1a. Les données de référence sont constituées, dans ce cas, de feuilles de la nouvelle carte de base 1/25 000 du Maroc dont l'équidistance est de 5 m.

4.2 Procédure suivie

La procédure suivie pour l'évaluation de la précision altimétrique de ces feuilles consiste en un sondage systématique non aligné. Elle commence par la définition d'une grille régulière caractérisée par une étendue correspondant à celle de la feuille à tester et dont le pas est de 500 m. Un point est défini aléatoirement (en x et en y) à l'intérieur de chaque pavé de cette grille. Ces points sont ensuite affichés sur l'écran du système de numérisation et leur position est retrouvée sur la carte correspondante, fixée sur la table de numérisation. Pour chacun de ces points, la courbe de niveau la plus proche est repérée et la perpendiculaire à cette courbe est tracée. L'intersection de cette perpendiculaire avec la courbe de niveau définit un point de contrôle. Les points de contrôle sont ainsi localisés sur les courbes de niveau. L'altitude de ces points est interpolée à partir des données de référence à l'aide de l'interpolation linéaire simple dans le cas des données du Maroc et de l'interpolation bilinéaire dans le cas des données de Belgique, sachant que les données photogramétriques de référence correspondantes ont été mesurées suivant une grille régulière (pas de cette grille = 50 m). L'altitude ainsi interpolée est comparée à celle lue sur la carte à tester.

4.3 Résultats des tests expérimentaux

La table 1 présente les résultats des tests effectués sur les deux groupes de cartes. Les paramètres statistiques utilisés sont: la moyenne signée (μ), la déviation standard (σ), l'erreur quadratique

moyenne (eqm), les erreurs minimale et maximale (-Emin, +Emax) et enfin le nombre de points de contrôle utilisés dans les tests (N). La validité statistique de ces paramètres est discutée dans [3, 20].

Feuille	N	μ (m)	σ (m)	-Emax (m)	+Emax (m)	eqm (m)
40/5-6	181	-0,47	1,2	-5,3	4,7	1,3
40/1-2	394	-0,01	1,4	-6,4	6,1	1,4
45/7-8	320	-0,44	0,9	-3,9	3,2	1,0
NI29X2b	613	0,52	8,8	-26,2	28,8	8,9
NI29XI1b	625	-0,24	5,6	-21,0	22,5	5,6
NI29XI2c	625	-0,31	4,8	-7,4	8,0	4,8
NI30XIV1a	602	0,67	10,2	-32,1	30,6	10,3

Table 1: Résultats de l'évaluation expérimentale de la précision altimétrique

5 Evaluation du modèle proposé

L'évaluation du modèle de propagation des erreurs proposé consiste à comparer l'erreur quadratique moyenne obtenue sur base des tests expérimentaux (eqm-test) avec celle prédite (eqm-prédite) à l'aide du modèle. Les résultats de cette évaluation sont résumés dans la table 2, où $\tan(\alpha)$ désigne la pente moyenne du terrain. Diff. la différence des erreurs quadratiques moyennes (eqm-prédite - eqm-test), et enfin e_{ns} , l'erreur planimétrique due à la numérisation et à l'instabilité du support. Cette dernière est exprimée en termes d'erreur quadratique moyenne et estimée, pour chacune des feuilles, sur base de 50 points de contrôle (cf. paragraphe 2.3).

Feuille	$\tan(\alpha)$	e_{ns} (m)	eqm-prédite (m)	eqm-test (m)	Diff. (m)
40/5-6	0,042	3,6	1,2	1,3	-0,1
40/1-2	0,067	3,5	1,4	1,4	0,0
45/7-8	0,027	3,9	1,1	1,0	0,1
NI29X2b	0,234	9,7	8,0	8,9	-0,9
NI29XI1b	0,134	6,0	5,5	5,6	-0,1
NI29XI2c	0,025	12,1	3,9	4,8	-0,9
NI30XIV1a	0,408	8,0	10,6	10,3	0,3

Table 2: Comparaison des prédictions du modèle avec les résultats des tests

L'évaluation expérimentale présentée ci-dessus montre que le modèle proposé peut fournir des prédictions raisonnables. A partir de la table 2, on peut constater que les différences entre les prédictions du modèle et les résultats des tests ne dépassent pas 4% de la valeur de l'équidistance (2.5 m) dans le cas des cartes de Belgique. Cependant, ces différences atteignent 9% de la valeur de l'équidistance (10 m) dans le cas des cartes du Maroc. Ceci peut être expliqué par le niveau de précision des données de référence: mesures photogrammétriques (photos 1/6 000) dans le cas belge et cartes topographiques 1/25 000 dans le cas marocain. Il faut noter aussi que dans le cadre de cette étude, la valeur de la pente est estimée, pour chacune des feuilles, comme la moyenne des valeurs de pente aux points test correspondants. En pratique, d'autres approches peuvent être utilisées, notamment celle proposée dans [10] et qui estime la pente générale du terrain suivant la formule: $\tan(\alpha) = c \text{ EL/A}$, où $\tan(\alpha)$ est la pente générale de la topographie, EL est la longueur totale (en

mètres) des courbes de niveau à l'intérieur de la zone d'intérêt. A est la superficie de cette zone en mètres carrés et c est l'équidistance des courbes de niveau en mètres. L'erreur maximale peut être estimée à 4 fois l'eqm-prédite. En effet, des études antérieures [9,21] ont montré que les erreurs altimétriques ne se conforment pas toujours à une distribution normale et qu'elles sont généralement comprises dans l'intervalle $[\mu - 4 \sigma ; \mu + 4 \sigma]$.

6 Conclusion

Dans cet article, une méthode simple et pratique, permettant d'estimer la précision des courbes de niveau numérisées, a été présentée. En plus de la fiabilité des prédictions, le modèle proposé offre une formule mathématique simple et analogue aux expressions conventionnelles des spécifications de la précision altimétrique. Ce modèle peut constituer une base pour la modélisation de la précision globale des MNT dérivés des cartes topographiques. Cependant, l'utilisation de ce modèle se limite aux cartes topographiques de base et donc ne tient pas compte de l'effet de la généralisation cartographique qui caractérise les cartes topographiques dérivées.

Références

- [1] Burrough, P. A., 1986. Principles of Geographical Information Systems for Land Resources Assessment. Clarendon Press, Oxford, 193 p.
- [2] Robinson, G. J., 1994. The accuracy of digital elevation models derived from digitised contour data. *Photogrammetric Record*, 14(83): 805-814.
- [3] Li, Z., 1988. On the measure of digital terrain model accuracy. *Photogram. Record*, 12(72): 873-877.
- [4] Li, Z., 1993. Mathematical models of the accuracy of digital terrain model surfaces linearly constructed from square gridded data. *Photogrammetric Record*, 14(82): 661-674.
- [5] Makarovic, B., 1972. Information transfer in reconstruction of data from sampled points. *Photogrammetria*, 28(4): 111-130.
- [6] Kubik, K. and Botman, A. G., 1976. Interpolation accuracy for topographic and geological surfaces. *I.T.C. Journal*, 1976-2: 236-274.
- [7] Frederiksen, P., 1980. Terrain analysis and accuracy prediction by means of the Fourier transformation. *Int. Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 23(4): 284-293.
- [8] Tempfli, K., 1980. Spectral analysis of terrain relief for the accuracy estimation of digital terrain models. *I.T.C. Journal*, 1980-3: 478-510.
- [9] Li, Z., 1994. A comparative study of the accuracy of digital terrain models based on various data models. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 49(1): 2-11.
- [10] El-Tahlawi, M. R. and Rashad, M. Z., 1991. Statistical expression for measuring the degree of reliability of contour maps. *GIS/LIS, Technical Papers, Georgia*, pp. 95-103.
- [11] Maling, D. H., 1989. Measurements from maps: Principles and methods of cartometry. Pergamon Press, Oxford, 577 p.
- [12] Falkner, E., 1995. Aerial Mapping: Methods and Applications. Lewis Publishers, Boca Raton, 322 p.
- [13] Sheppard, H. L., 1953. A note on chart distortions. *J. Inst. Nav.*, 6: 159-160.
- [14] Rollin, J., 1986. A method of assessing the accuracy of cartographic digitising tables. *Cartographer Journal*, 23: 144-146.
- [15] Bolstad, P. V., Gessler, P. and Lillesund, T. M., 1990. Positional uncertainty in manually digitized map data. *International Journal of Geographic Information Systems*, 4(4): 399-412.
- [16] Dunn, R., Harrison, A. R. and White, J. C., 1990. Positional accuracy and measurement error in digital databases of land use: an empirical study. *International Journal of Geographic Information Systems*, 4(4): 385-398.
- [17] Warner, S. W. and Carson, W. W., 1991. Errors associated with a standard digitizing tablet. *ITC Journal* 1991-2: 82-85.
- [18] Cuenin, R., 1972. Cartographie Générale. Tome I: notions générales et principes d'élaborations. Editions Eyrolles, Paris, 324 p.
- [19] MET, 1993. Projet informatique de cartographie continue (P.I.C.C.). Les cahiers du MET, N° 2, 45 p.
- [20] Tahiri, D., 1994. Précision et fidélité des modèles numériques de terrain. *SOBIC 1994-2: 183-196*.
- [21] Torlegård, K., Östman, A. and Lindgren, R., 1986. A comparative test of photogrammetrically sampled digital elevation models. *Photogrammetria*, 41(1): 1-16.